

существует (*ἔστι*), а науки математические — знание «почему» (*διότι*). В свою очередь, геометрической оптике может быть подчинена еще более конкретная физическая дисциплина, вроде учения о радуге. Здесь знание *ἔστι* дает физик, изучающий радугу, а знание *διότι* — оптик, либо прямо, либо при помощи математики. Наконец, *ἔστι* и *διότι* могут рассматриваться и в неподчиненных друг другу науках: «что круглые раны заживают медленнее, знать это дело врача, а знать почему — дело геометра»¹¹⁶.

«Наука, дающая одновременно знание и того, что есть (*ἔστι*) и того, почему есть (*διότι*), а не отдельно знание того, что есть, без знания того, почему есть, — более точная (*ἀκριβέστερα*) и первичная (*πρότερα*). Равным образом и наука, не имеющая дела с материальной основой, точнее и первичнее науки, имеющей с ней дело, как, например, арифметика по сравнению с теорией музыки. Далее: наука, исходящая из меньшего числа начал, точнее и первичнее науки, требующей некоторого добавления, например арифметика — по сравнению с геометрией... единица есть сущность, не имеющая положения, точка — сущность, имеющая таковое; это последнее и есть добавление (*πρόσθεσις*)»¹¹⁷.

«Чем более познание имеет дело с тем, что в понятии идет раньше и что более просто, тем в большей мере ему присуща точность (точность эта в простоте)». «Таким образом, рассмотрение, которое отвлекается от величины, точнее, чем то, которое включает величину, и наиболее точно то, которое отвлекается от движения. Если же оно имеет дело с движением, тогда оно всего точнее, направляясь на первый род его [движение в пространстве]: этот род — самый простой, а в его пределах проще всего движение равномерное»¹¹⁸.

Это значит, что общее учение о бытии (онтология, или метафизика), по Аристотелю, точнее, чем математика; математика, отвлекающаяся от движения, точнее, чем «физика».

Чтобы лучше отдать себе отчет в смысле аристотелевского утверждения, поучительно сопоставить его с текстом совершенно иной эпохи. Формально отправляясь

¹¹⁶ Вторая Аналитика, I, 13, 78a—79a.

¹¹⁷ Там же, 27, 87a.

¹¹⁸ Метафизика, XIII, 3, 1077b—1078a.

от Аристотеля, но весьма своеобразно перетолковывая его мысль, учитель Роджера Бэкона Роберт Гроссетет, провозгласивший, что математика — основа всех физических наук, писал:

«Истины логические и метафизические, вследствие удаленности своей от ощущений и вследствие тонкости своей природы, ускользают от интеллекта, усматриваются как бы издали и их тонкие различия не распознаются. И здесь усмотрение как бы издали вместе с неразличимостью мелких отличий оказывается причиной частых ошибок. Аналогично в физике достоверность — меньшая из-за изменчивости природных вещей. И эти три, то есть логику, метафизику и физику, Аристотель называет рассудочными (*rationales*), ибо вследствие малой достоверности их постижения здесь оперируют больше на основе рассуждения и вероятности, чем науки; хотя в них есть и наука, и доказательство, но не в самом строгом значении слова. Ибо в одной математике есть наука и доказательство в самом строгом и собственном смысле (*maxime et particulariter dicta*)»¹¹⁹. Этого, как мы видели, никогда не мог бы сказать великий мыслитель Греции: самая точная наука для него была онтология, или метафизика.

3

Мы подошли вплотную к аристотелевской философии математики и связи математики с другими дисциплинами¹²⁰.

По взгляду Аристотеля, и математика, и то, что он называл «физикой», рассматривают на разных ступенях абстракции одни и те же существующие в действительности вещи. Но рассматривают они те же самые

¹¹⁹ Robert Grosseteste. *Commentaria in libros Posteriorum Aristotelis*, I, 11. Venetiis, 1494, fol. 10 verso. Цит. по: A. C. Crombie. *Robert Grosseteste and the origins of experimental science*. Oxford, 1953, p. 59.

¹²⁰ Систематически, придерживаясь текстов самого Аристотеля, изложил философско-математические вопросы, затрагиваемые Аристотелем, Апостл (H. G. Apostle. *Aristotle's philosophy of mathematics*. Chicago, 1952). Отрывки из сочинений Аристотеля, относящиеся к математике, были подобраны Дж. Бьянкани («*Aristotelis loca mathematica auctore J. Blancano*». Bononiae, 1615). Новейший подбор — в книге Хиса (Th. Heath. *Mathematics in Aristotle*. Oxford, 1949). Ср. также: A. Görland. *Aristoteles und die Mathematik*. Marburg, 1899.

вещи по-разному, а именно: математика рассматривает количественные аспекты вещи — «линии, углы, числа или что-нибудь из количественного, не поскольку это существующие вещи, а поскольку это есть нечто непрерывное в одном, двух или трех отношениях»; физика же «рассматривает свойства и начала вещей, поскольку эти же вещи находятся в движении»¹²¹. «Движение» у Аристотеля понималось в широком смысле всякого изменения вообще, следовательно, он безоговорочно изгонял из мира математики всякое понятие изменения и становления.

По прекрасному выражению Аристотеля, арифметик и геометр рассматривают любую вещь, «полагая отдельно то, что в отдельности не дано», т. е. изучают определенный аспект реальной вещи. «Человек, поскольку он человек, есть нечто единое и неделимое. Арифметик, беря его только как единое и неделимое, смотрит, присуще ли что-нибудь человеку, поскольку он неделим. Геометр же не рассматривает человека ни поскольку он человек, ни поскольку он неделим, но поскольку он есть тело. Ведь если в человеке есть какие-то свойства, присущие ему совершенно независимо от неделимости, то очевидно эти свойства могут быть ему присущи и при полном отсутствии неделимости. Вот почему геометры говорят правильно и рассуждают они о сущем, и их предметы — сущее»¹²².

«Мы можем брать предметы, отделяя их от акцидентальных свойств и рассматривая в них что-либо». По Аристотелю, «в этом случае никакой ошибки не получится — как не получится и тогда, если сделать чертеж на земле и назвать футовой линию, которая не является футовой; ведь при таких предпосылках не может получиться ошибки»¹²³.

Но где границы такого абстрактного рассмотрения? Всегда ли и все ли можно рассматривать *in abstracto*, отвлекаясь от «материи», т. е. от содержания, данного чувственно-эмпирически? По Аристотелю, нет. «Вогнутость» можно рассматривать абстрактно, безотносительно к материи и движению, как отвлеченное свойство геометрической линии, поверхности, тела, поддающееся

¹²¹ Метафизика, XI, 4, 1061b.

¹²² Там же, XIII, 3, 1077b.

¹²³ Там же.

абстрактным определениям. Но такое понятие, как «горбатость», лишено смысла, если нет сложного чувственно-воспринимаемого объекта — спины. Горб нельзя изучать, не исследуя этот чувственно-воспринимаемый объект — спину. «Горбатое соединено с материей (горбатое — это выгнутая спина), тогда как выгнутость не имеет чувственно-воспринимаемой материи»¹²⁴. Предметы «физики» все таковы: «нос, глаз, лицо, мясо, кость, живое существо вообще, лист, корень, кора, растение вообще — понятие ни одного из них не исключает движения и в состав каждого входит материя»¹²⁵.

Аристотель утверждал: математик вправе отделять фигуры от движения и рассматривать их в абстракции. Однако философы, которые «учат об идеях», абстрагируют не математические, а «физические свойства, менее отдлимые, чем математические». Ведь «нечетное и четное, прямая линия и кривая, далее, число, линия и фигура будут существовать и без движения, а мясо, кость и человек — отнюдь нет, ибо о них говорится так же, как о спине, которую называют горбатой, а не как о чем-то криволинейном». Следовательно, заключал он, физические предметы «нельзя брать ни без материи, ни с одной материальной стороны»¹²⁶.

Говоря о платоновской теории образования физических тел из элементарных треугольников, изложенной в «Тимее», Аристотель писал: «Причина, которая препятствует [платоникам] узреть общепризнанное в его целом — отсутствие опыта (*ἄπειρία*). Вот почему те, кто более вжились в явления природы, более способны полагать такие исходные начала, которые позволяют широко обзреть взаимные связи; наоборот, те, кто от множества отвлеченных понятий потеряли способность созерцать действитель-

¹²⁴ Метафизика, VI, 1, 1025b. Аристотель говорит в данном случае не о *горбатом*, а о *курносом*. По-гречески слово *κύβος* не есть производное от слова *нос*, как русское *курносый*. Поэтому у Аристотеля не получается той пестерпимой тавтологии, которая неизбежно имеет место при дословной русской передаче («курносое — это вогнутый нос»). Мы предпочли поэтому последовать примеру новейшего немецкого переводчика «Метафизики» Ф. Бассенге (*Aristoteles. Metaphysik. Berlin, 1960, S. 144*) и писать *горбатое* (*bucklig* вместо *stumpfnasig*).

¹²⁵ Метафизика, VI, 1, 1026a.

¹²⁶ Физика, II, 2, 193b — 194a. В подлиннике здесь опять «нос» и «курносость».

ное, судят слишком легко, бросив взгляд на немногое. Отсюда ясно, насколько различны те, кто рассматривают предметы как физики (*φυσικός*), и те, кто рассматривают их умозрительно (*λογικῶς*)»¹²⁷.

Резко отделив математику от «физики», предметом которой является движение и изменение, Аристотель считал невозможным выводить физические учения из отвлеченно-математических понятий. «Откуда получится движение, — спрашивал он, — если в основе лежат только предел и беспредельное, нечетное и четное» (кардинальные понятия натурфилософии пифагорейцев), и «как возможно, чтобы без движения и изменения происходило возникновение и уничтожение или действия несущихся по небу тел»¹²⁸.

«Физика», связанная с материей и движением, не поддается полной математизации, так как математика, по Аристотелю, отвлекается от движения и «физика» благодаря своей большей конкретности, как уже сказано, менее точна, чем математика. «Точность, именно математическую точность, нужно требовать не во всех случаях, но лишь для предметов, у которых нет материи. Таким образом, этот способ не подходит для науки о природе; ибо природа во всех, можно сказать, случаях связана с материей»¹²⁹.

Имея в виду платоников, Аристотель утверждал: «Математика стала для нынешних мыслителей всей философией, хотя они и говорят, что заниматься ею нужно ради других целей»¹³⁰. Мы не беремся решать здесь сложнейший вопрос о критике платонизма и, в частности, платонической философии числа у Аристотеля¹³¹. Дело сильно усложняется вопросами о хронологии сочинений Аристотеля и о различии между самим Платоном и его учениками (в первую очередь Спевсиппом)¹³².

¹²⁷ О возникновении и уничтожении, I, 2, 316a.

¹²⁸ Метафизика I, 8, 989b.

¹²⁹ Там же, II, 3, 995a.

¹³⁰ Там же, I, 9, 992a.

¹³¹ Обзор литературы и современного состояния вопроса см. в кн.: Н. С h e r n i s s. Aristotle's criticism of Plato and the Academy, vol. I. Baltimore, 1944. Из более старой литературы ограничимся упоминанием книги: L. R o b i n. La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. Paris, 1908.

¹³² На русском языке существует книга А. Ф. Лосева «Критика платонизма у Аристотеля», содержащая комментированный перевод XIII и XIV книг «Метафизики» (М., 1929).

Для платоников числа (и вообще математические предметы) были чем-то самостоятельно-сущим, отличным от чувственных вещей, ибо, по их мнению, математические аксиомы во всей своей абстрактности неприменимы к чувственным вещам¹³³. Для Аристотеля было ясно, что математические предметы не обладают отдельным существованием: ведь если бы они им обладали, их свойства не были бы присущи телам»¹³⁴.

Если бы идеи и вещи, и в частности математическое и физическое, не имели ничего общего друг с другом, то идеальное число и число, существующее в чувственном мире, были бы простыми омонимами. Если же они принадлежат к одному и тому же виду, между ними есть нечто общее, и тогда можно будет складывать, например, идеальную двойку с двойкой чувственно-данной, или «преходящей». Вот слова самого Аристотеля: «И если к одному и тому же виду принадлежат идеи и причастные им вещи, тогда между ними будет нечто общее. В самом деле, почему для преходящих двоек и множества двоек вечных двоичность одно и то же в большей мере, чем для двойки самой по себе и какой-нибудь одной из [преходящих] двоек? А если здесь вид не один и тот же, то они были бы только омонимами и это было бы похоже на то, как если бы кто человеком называл и Каллия, и кусок дерева, не усматривая никакой общности между ними»¹³⁵.

Последователи Платона, и в частности Спевсипп, развили учение о том, что «математические предметы» находятся «между идеями и чувственными предметами, как нечто третье, помимо идей и здешних вещей». Аристотель возражал, что «третьего человека нет и коня также, помимо такового в себе и единичного»¹³⁶.

Для Платона и платоников точки, линии, плоскости были самостоятельно существующими субстанциями, самостоятельными сущностями, из которых слагается тела. Для Аристотеля действительно существующими были только трехмерные, чувственно-ощущаемые тела; поверхности, линии, точки — лишь мысленно выделяемые границы (не части!), а потому не имеют действительного самостоятельного бытия. «Ведь и у ходьбы

¹³³ Метафизика, XIV, 3, 1090b.

¹³⁴ Там же, 1090a.

¹³⁵ Там же, I, 9, 991a.

¹³⁶ Там же, XI, 1, 1059b.

и вообще у движения, — говорит он, — есть какая-то граница. Так что же? и это будет некая вещь и некая субстанция? Ведь это нелепо!»¹³⁷

Точка (так же, как линия и поверхность) лишь л о г и ч е с к и предшествует телу. «Но не все, что раньше логически, раньше и по субстанции». Точки, линии и поверхности не могут быть субстанциями, т. е. чем-то самостоятельно существующим. Аристотель поясняет: «Белое предшествует белому человеку логически, но не по субстанции; оно не может существовать отдельно, но всегда существует вместе с целым (целым я называю белого человека). Таким образом, ясно, что ни то, что получается в результате отвращения, нельзя считать идущим раньше, ни то, что получается в результате присоединения — более поздним (ведь белый человек называется таковым, благодаря присоединению белого)»¹³⁸.

Итак, геометры, как и вообще математики, «рассуждают о сущем» и «полагают отдельно то, что в отдельности не дано». Они переступают законные границы, пытаются из чисто математических начал построить действительное («физическое») бытие. В таких случаях они неизбежно гипостазируют абстракции, превращая в самостоятельные субстанции такие понятия, как точка, линия, поверхность и т. д.

Если математик вправе отвлечь свои понятия от действительно-сущего, он не вправе отрывать свои исходные положения от действительно-сущего. По Аристотелю, всякая гипотеза (как и всякая аксиома) есть нечто *предполагаемое* в смысле чего-то полагаемого *перед* всяким доказательством, как исходное суждение о существующем или несуществующем¹³⁹. Доказательство не может основываться на бесконечной цепи суждений: нужно остановиться на первичных недоказуемых и вместе с тем необходимых положениях. Таковы аксиомы и таковы гипотезы, которые не являются условными посылками или предположениями, требующими проверки, а констатируют существование или несуществование чего-либо.

В этом онтологизме коренное отличие Аристотеля от Платона. У Платона правомерность гипотезы раскрывается в результате операций, гипотеза поверяется по

¹³⁷ Метафизика, XIV, 3, 1090b.

¹³⁸ Там же, XIII, 2, 1077a—1077b.

¹³⁹ Вторая Аналитика, I, 2, 72a.

своим выводам. «Итак, я хочу сказать тебе, отправляясь от гипотезы, — говорит он в „Меноне“, — что должно получиться, если вписать в этот круг этот треугольник, возможно ли это или нет?» По словам Платона, к такому приему «часто прибегают геометры»: они исследуют возможные следствия из положения, условно принятого за исходное¹⁴⁰.



Химера и дельфин

Аристотель с самого начала ограничивал круг математических исходных положений «существующим»; ведь «о несуществующем никто не знает, что оно есть, известно только, что означает данное слово или название; если я, например, скажу *трагелаф*, невозможно знать, что есть трагелаф» (см. выше, стр. 97). Лобачевский назвал построенную им систему геометрии «воображаемой». Аристотель никогда не примирился бы с «чисто воображаемым» построением, которое было для него равнозначно несуществующей Химере или трагелафу, хотя он и писал, что «иметь углы, равные двум прямым, является для треугольника некоей акциденцией, т. е. чем-то, что может быть и не быть (συμβεβηκός γὰρ τὶ τῷ τριγώνῳ τὸ διπλὸν ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν τὰς γωνίας)»¹⁴¹.

Иначе говоря, математик, по Аристотелю, исходит из совокупности недоказываемых им аксиом; аксиомы эти соответствуют «действительно сущему» и поэтому свое обоснование получают от «физика» или, точнее, от «метафизика», исследующего в наиболее общем виде структуру всякого бытия.

4

Из сказанного можно догадаться, каким образом ставил Аристотель и такой вопрос, как вопрос о б е с к о н е ч н о м. Не математически бесконечное *in abstracto*

¹⁴⁰ Платон. Менон, 86e—87b.

¹⁴¹ О частях животных, IV, 3, 643a. Ср. выше, стр. 86.

интересовал его. Он начинал с исследования, может ли существовать бесконечно большая физическая величина. Только затем могла для него возникнуть задача рассматривать «отдельно то, что в отдельности не дано».

Не случайно Аристотель исследовал вопрос о бесконечности именно в «Физике». «Главным делом физики, — писал он, — является рассмотрение вопроса, существует ли бесконечная величина, воспринимаемая чувствами»¹⁴². И несколько далее: «Может ли находиться бесконечное в вещах математических и в мыслимых, и не имеющих величины — это, пожалуй, скорее относится к исследованию вопроса во всей его общности, тогда как мы ведем рассмотрение чувственных предметов и относительно тех, о которых ведем исследование, спрашиваем, существует ли же не существует среди них тело бесконечное по своему приросту?»¹⁴³

Спрашивая о бесконечном, Аристотель имел в виду «бесконечную величину, воспринимаемую чувствами». Понятно поэтому, что в его аргументации против возможности бесконечно большого значительную роль приобретали чувственная наглядность и представимость. Он не мог, например, представить себе, чтобы бесконечно большое тело могло совершить оборот в конечное время¹⁴⁴. Он не мог представить себе, чтобы бесконечно большое тело способно было иметь конечную тяжесть¹⁴⁵. Вместе с тем всюду при рассуждении о бесконечно большом Аристотель молчаливо уже предполагал истинность тех или иных положений, ранее формулированных в его «Физике». Например, бесконечно большое тело, обладающее бесконечно большой тяжестью, должно было бы обладать бесконечно большой скоростью, а мгновенные действия

¹⁴² Физика, III, 4, 204a. Разбору понятия бесконечного у Аристотеля посвящена диссертация Иделя (A. E d e l. Aristotle's theory of the infinite. N.Y., 1934).

¹⁴³ Физика, III, 5, 204a—204b.

¹⁴⁴ О небе, I, 5, 272a. Ср. замечания по этому поводу у Мило (G. Mi l h a u d. Aristote et les mathématiques.— «Archiv für Geschichte der Philosophie», Bd. 16, 1903, p. 382): доказательства Аристотеля не имеют отношения к геометрии, где вывод остается тот же при конечном и неограниченно большом радиусе, пусть «для воображения и имеется известная трудность».

¹⁴⁵ О небе, I, 6, 273b. Ср. позднейшую критику этого положения у Н. Орема (см. далее, стр. 265).

в перипатетической физике были исключены¹⁴⁶. Следовательно, оно невозможно.

Собственное решение вопроса о бесконечном было у Аристотеля таково. Бесконечное существует лишь потенциально (δυναμίαι), так как «вне его всегда можно что-нибудь взять»¹⁴⁷. «Бесконечное имеется там, где, беря известное количество, всегда можно взять что-нибудь за ним. А там, где вне его ничего нет, — там мы имеем законченное (τέλειον) и целое (ὅλον)»¹⁴⁸. «Не то, вне чего ничего нет, а то, вне чего всегда есть что-нибудь, то и есть бесконечное»¹⁴⁹. «Бесконечное существует таким образом, что всегда берется иное и иное, и взятое всегда бывает конечным, но всегда разным и разным»¹⁵⁰. Иными словами, бесконечное «не пребывает (μένει), а возникает (γίνεται)»¹⁵¹.

Такова бесконечность натурального ряда чисел, который потенциально бесконечен. Такова бесконечность времени. Что же касается физических тел, то бесконечно большое тело невозможно, а потому и «невозможно превзойти любую ограниченную величину», ибо тогда существовало бы нечто, большее Вселенной («неба») ¹⁵². Мышление, правда, может двигаться все дальше и дальше, но «доверять мышлению в вопросе о бесконечном странно, так как избыток и недостаток — не в предмете, а в мысли». «Ведь любого из нас можно помыслить во много раз большим, чем на самом деле, увеличивая до бесконечности, однако кто-нибудь находится за пределами города или имеет такую величину, как мы, не потому, что так мыслит кто-то, а потому, что так есть»¹⁵³.

Аристотель полагал, что понятия о потенциальной бесконечности вполне достаточно и для математиков. «Наше рассуждение, отрицающее актуальность бесконечного в отношении увеличения, как не проходимого до конца, — писал он, — не отнимает у математиков их теории. Ведь они не нуждаются в таком бесконечном и не поль-

¹⁴⁶ О небе, I, 6, 274a.

¹⁴⁷ Физика, III, 6, 206b.

¹⁴⁸ Там же, 207a.

¹⁴⁹ Там же.

¹⁵⁰ Там же, 206a.

¹⁵¹ Там же, 7, 207b.

¹⁵² Там же.

¹⁵³ Там же, 208b.

зуются им: математикам надо только, чтобы ограниченная линия была такой величины, какая им желательна, и в том же отношении, в каком делится самая большая величина, можно было бы разделить и какую угодно другую. Стало быть, для доказательства бесконечное не принесет им никакой пользы, а бытие будет связано с существующими величинами»¹⁵⁴.

Сами аристотелики впоследствии постепенно отступали от подобного «физикализма» своего учителя, сковывавшего свободу математического мышления постулатами, почерпнутыми из арсенала перипатетической физики. Уже Аверроэс, видевший в великом мыслителе Греции высшее совершенство, которого способна достигнуть человеческая природа, относил геометрические положения к разряду условных и допустимых (*propositiones opinabiles*). По Аверроэсу, геометр «может допустить (*accipere*) величину сколь угодно большую, чего не может физик» и «положив величину сколь угодно большую, он может взять еще большую»¹⁵⁵. Разъясняя тезис Аверроэса, Вальтер Бурлей в XIV в. говорил в этом случае о возможности воображать (*imaginari*). Своими положениями геометр пользуется не как абсолютными, а как условными: что получится, если допустить то-то и то-то? В условных предложениях и antecedent и consequent могут быть (физически) невозможными, но самая форма будет логически правильной¹⁵⁶. К числу подобных истинных условных предложений Бурлей относил такое: «если бы существовала прямая линия, вчетверо большая радиуса Вселенной, она была бы больше диаметра Вселенной», или «если продолжать в бесконечность параллельные линии, они никогда не встретятся»¹⁵⁷.

Еще позднее ортодоксальный падуанский аристотелик Марко-Антонио Зимара (ум. в 1532 г.) пытался вернуть мысль к старому положению. Он резко нападал на те «чисто воображаемые» примеры, которые постоянно фигурировали в рассуждениях XIV в. о потенциальной и

¹⁵⁴ Физика, III, 7, 207b.

¹⁵⁵ Averroes. *Physica*, I, III, com. 80. — «Aristotelis Opera». Venetiis, 1560, t. IV, fol. 93 verso.

¹⁵⁶ Gualterus Burleus. *Expositio in libros octo de Physico auditu Aristotelis Stagerite*. Venetiis, 1482, lib. III, tr. 2, cap. 4, pars principalis 1, particula 3, pars 2 (particula 2, pars 3).

¹⁵⁷ Ibid., lib. III, tr. 2, cap. 5, pars principalis 3, particula 2.

актуальной бесконечности. Например, делили цилиндр вдоль оси на пропорциональные части ($\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots \infty$) и воображали бесконечную винтовую линию, проходящую через точки деления, или же точку, движущуюся по этой винтовой линии, и тому подобное «бесконечное число случаев, в которых запутывается интеллект, и которые не имеют никакой силы и никакого веса в философии, ибо на всех них — ответ один: подобные случаи не следует вводить в натуральную философию...»¹⁵⁸.

Но отделаться словами было не так просто, и потому в позднем перипатетизме установилась точка зрения, провозглашавшая сосуществование «действительного» мира физики и «воображаемого» мира математики. Такие именно речи вложил Галилей в уста перипатетика Симплицио, заявлявшего, что «в конце концов математические тонкости истинны в абстракции, в приложении же к чувственной и физической материи они не оправдываются»¹⁵⁹.

Сальвиати, выразитель взглядов самого Галилея, убежденного в том, что книга природы «написана на языке математики»¹⁶⁰, так отвечает на это: «То, что имеет место в конкретном, имеет место и в абстрактном. Было бы большой неожиданностью, если бы вычисления и действия, произведенные над абстрактными числами, не соответствовали затем конкретным серебряным и золотым монетам и товарам». По Галилею, «как при подсчете сахара, шелка и шерсти нужно калькулятору скинуть вес ящиков, обертки и иной тары, так и философу-геометру, когда он хочет проверить конкретно результаты, полученные путем абстрактных доказательств, нужно сбросить помехи материи; и если он сумеет это сделать, то, уверяю вас, все сойдется не менее точно, чем при арифметических подсчетах. Итак, ошибки заключаются не в абстрактном, не в конкретном, не в геометрии, не в физике, но в считающем, который не умеет правильно производить подсчет. Поэтому, если у вас есть совершенные сферы и плоскость, хотя бы и материальные, не сомневайтесь, что

¹⁵⁸ M. A. Zimara. *Theoremata*, propos. 55. Venetiis, 1550, fol. 40 verso (Venetiis, 1565, fol. 103 verso).

Оба издания — в ГИИ в Ленинграде.

¹⁵⁹ Galileo. *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*. — Opere, ed. naz., t. VII. Firenze, 1897, p. 229. Ср. русский перевод А. И. Долгова (М. — Л., 1948, стр. 158).

¹⁶⁰ Galileo. *Il Saggiatore*. — Opere, t. VI, p. 232.

они соприкоснутся в одной точке. А если их невозможно получить, то все же утверждение, что *sphaera non tangit planum in puncto* весьма далеко от сути дела»¹⁶¹.

Разве в только что приведенном отрывке Сальвиати не был ближе к подлинной мысли Аристотеля, а перипатетик Симпличио не был ближе к стародавнему дуализму платоников? Расхождение Сальвиати-Галилея с Аристотелем — не в этом пункте, а в том, что галилеевская физика несравнимо больше приблизилась к математизации, чем «физика» Аристотеля, оставшаяся в значительной степени качественной и не желавшая даже достигать «математической точности», которая, по аристотелевским представлениям, нужна не всегда и не везде.

5

«Физикализм» мышления Аристотеля с полной определенностью сказался и в области его учения о непрерывном. Аристотель различал следующее по порядку (*τὸ ἐφεξῆς*), соприкасающееся (*τὸ ἐχόμενον*) и непрерывное (*τὸ συνεχές*). В первом случае между элементами ряда нет ничего однородного с ними; такова последовательность единиц, между которыми нет других единиц, или домов, между которыми нет других домов. «Соприкасающееся» есть то, что, следуя за другим, имеет общий край или границу, не сливающуюся, однако, с краем или границей этого другого: края или границы находятся вместе (*ἄμα*). В случае непрерывного, наконец, края обоих предметов составляют нечто единое, сливаются в одно.

Таким образом, первоначальным является следующее по порядку, поскольку соприкасающееся должно быть следующим по порядку, но не все следующее по порядку является соприкасающимся (таковы, например, целые числа). Точно так же, не все соприкасающееся является непрерывным; ведь нет необходимости, чтобы края предметов, если они находятся «вместе», сливались в одно, но если они сливаются в одно, то по необходимости находятся и вместе. Этот момент ф и з и ч е с к о й связности

¹⁶¹ Galileo. Dialogo.— Opere, t. VII, p. 233—234 (русский перевод — стр. 161).

непрерывного особенно рельефно выделен в следующем пояснении: «Непрерывность имеется в таких вещах, из которых, благодаря соприкосновению, может получиться нечто единое; и как связывающее их непрерывно в известных случаях бывает единым, так и целое становится единым, например соединенное гвоздем, клеем, прижатием или приращением»¹⁶².

О двух соприкасающихся концах линий, из которых одна является продолжением другой, можно, следовательно, по Аристотелю, говорить лишь как о с о п р и к а с а ю щ и х с я, хотя концы эти и находятся в одной геометрической точке и этим как будто не отличаются от непрерывного. Вся разница между соприкасающимся и непрерывным проступает с полной отчетливостью лишь тогда, когда речь заходит о разнородных телах, например о воздухе и воде. Они могут иметь общую границу, т. е. разделяющую их геометрическую плоскость, но физически не сливаются в одно, т. е. не образуют непрерывного: каждая точка на разграничивающей плоскости продолжает как бы считаться за две.

Физический характер различия между аристотелевскими понятиями соприкасающегося и непрерывного хорошо оттенил впоследствии Аверроэс: «Соприкасающимися являются тела, края которых (т. е. поверхности) находятся вместе так, что между этими поверхностями нет чужеродного тела. И это есть физическое соприкосновение (*contiguatio naturalis*), тогда как математическое соприкосновение имеет место в величинах, края которых совпадают (*superponuntur*) друг с другом. Если этими величинами будут тела, то совпадают, следовательно, их соприкасающиеся поверхности, если это поверхности, то совпадают линии, а если это линии, то совпадают точки... При математическом соприкосновении два края сводятся к одному и таким образом уподобляются непрерывному, в физическом же два края остаются двумя, которые можно указать отдельно (*duo demonstrata*)»¹⁶³.

Можно было бы добавить, что если в математике аристотелевское «соприкосновение» трудно отличить от непрерывности, то в физике это же самое «соприкосновение»

¹⁶² Физика, V, 3, 227a. Ср. также: Физика, VI, 1, 231a.

¹⁶³ Averroes. In Phys. I.V, com. 22 [ad V, 3, 226b].— «Aristotelis Opera». Venetiis, 1560, t. IV, fol. 180 verso.

становится трудно отличимым от «следующего по порядку», где между элементами последовательности нет ничего однородного с ними. Если Аверроэс и оговаривал, что при физическом соприкосновении нет промежуточного чужеродного тела, однако по существу он, как и Аристотель, должен был бы признать; что между соприкасающимися поверхностями двух разных физических тел вообще ничего нет.

Из данного им определения континуума Аристотель делал вывод: «непрерывное не может состоять из неделимых частей», или, иначе говоря, «непрерывное делимо на части, всегда делимые». Это доказывается тем, что неделимое, как явствует из самого понятия, не имеет частей, т. е. середины и краев. Поэтому два неделимых (например, две точки) не могут соприкасаться своими краями (которых они не имеют), а должны «касаться друг друга целиком», т. е. сливаться. Таким образом, континуум не может состояться из неделимых: две, три, тысячи точек сольются в одну. Но если континуум не состоит и не получается из неделимых, то, следовательно, он и не может быть разделен на них. Итак, «все непрерывное делимо на части, всегда делимые»¹⁶⁴. Между двумя точками на линии всегда окажется линия, между двумя мгновениями — время, между двумя положениями движущегося тела — промежуточное положение.

По справедливому замечанию Аристотеля, «в силу одних и тех же оснований и величина, и время, и движения слагаются из неделимых частей и делятся на них или, наоборот, не слагаются и не делятся»¹⁶⁵. Или, как он говорил в другом месте, «вследствие непрерывности величины непрерывно и движение, а через движение и время»¹⁶⁶. Но хотя Аристотель и устанавливал логическую последовательность: пространственная величина — движение — время, однако доказательства их непрерывности он начал с первичного для него факта движения, более того, — движения с различными скоростями.

«Утверждать, что все покоится, и подыскивать обоснования этому, оставив в стороне свидетельство чувств, будет какой-то немощью мысли и спором о чем-то общем, а не о частном, спором, направленным не только против

¹⁶⁴ Физика, VI, 1, 231b. Ср.: 2, 232b.

¹⁶⁵ Там же, VI, 1, 231b.

¹⁶⁶ Там же, IV, 11, 219a.

физики, но, можно сказать, против всех наук и всех учений, так как все они пользуются движением»¹⁶⁷.

Зенон пытался отрицать существование движения. Аристотель не намеревался в противовес ему доказывать, что движение существует. Движение — в этом он был убежден — не требует доказательств. Оно есть неоспоримый факт. Аристотель хотел доказать иное: лишь предполагая существование неделимых, приходят к отрицанию движения, т. е. к конфликту с очевидностью. Выводы Зенона правильны лишь при определенных предпосылках: да, если существуют неделимые, движение невозможно. Но движение есть, следовательно, неделимых нет.

Для Аристотеля было первично не просто движение, но и существование движений с разными скоростями. Оно молчаливо предполагается при доказательстве, что «неделимые» времени и пространства не существуют. А именно, Аристотель указывает: если более медленнее тело проходит определенный путь в «неделимое» время, то более быстрое должно было бы проходить тот же путь в часть такого «неделимого» времени; а если более быстрое тело проходит за определенное время одно «неделимое» пути, то более медленнее должно было бы проходить за то же самое время часть «неделимого», т. е. в обоих случаях «неделимые» имели бы части. Как говорит Аристотель, «всегда более скорое будет делить время, а более медленное — длину»¹⁶⁸.

Движение нельзя разложить на простую последовательность положений, на «атомы движения» (будем называть их «кинемами»). Если кто-нибудь идет в Фивы, то ясно, что невозможно сразу идти в Фивы и прийти в Фивы. Но на неделимом отрезке между «проходить» и «спройти» разницы не будет; оказалось бы, что движение состоит не из движений¹⁶⁹, а из уже состоявшихся движений, «кинем», характеризуемых у Аристотеля перфектом глагола двигаться — τὸ κινῆσθαι.

В борьбе с понятием «неделимые» Аристотель основывался на логико-философских аргументах. Настойчивая апелляция к авторитету математики появилась впервые в трактате «О неделимых линиях», который на протяжении столетий включался в собрание сочинений Аристотеля

¹⁶⁷ Физика, VIII, 3, 253a.

¹⁶⁸ Там же, VI, 2, 233a.

¹⁶⁹ Там же, 1, 231b—232b.

то в качестве подлинного, то в качестве сомнительного и ошибочно ему приписываемого¹⁷⁰. Уже в средние века существовало мнение, что книгу написал Феофраст. К этому выводу склоняются и исследователи нового времени¹⁷¹.

Согласно автору книги «О неделимых линиях», защитники неделимых вступают в противоречие со сложившейся системой греческой математики. Для них не существует несоизмеримых линий. Получается, что не всякую линию (а именно линию, состоящую из нечетного числа неделимых) можно разделить пополам. Если сторона квадрата равна неделимой линии a , то ширина равновеликого прямоугольника, имеющего длину $2a$, должна быть равна $a^2 : 2a = a/2$, т. е. половине неделимой линии, и т. д.

Нетрудно видеть после всего сказанного, что так рассуждать не мог сам Аристотель. Для него математика основывалась на «физике» и не могла поэтому служить арбитром в вопросах онтологии, а таким именно вопросом была для Аристотеля проблема непрерывного.

«Физикализм» аристотелевского учения о континууме сказался и в его рассуждениях о непрерывности различных видов «движения». Перемещение в пространстве (*φορά*) было для Аристотеля лишь одним из видов «движения» в широком значении этого слова (т. е. изменения вообще). Наряду с ним Аристотель различал «возрастание и убывание» (*αὔξησις* и *φθίσις*) и то, что он называл *ἀλλοίωσις* — изменением качества. Для каждого вида движения вопрос о непрерывном Аристотель решал отдельно.

Так в частности, качественное изменение есть переход от одной противоположности к другой — от белого к черному, от теплого к холодному, от твердого к жидкому и т. п. (при переходе от одной крайней противоположности к среднему качеству, например от белого к серому, это

¹⁷⁰ Критическое издание — О. Апельта (вместе с сочинением псевдо-Аристотеля «De plantis» и др., Лейпциг, 1888). Немецкий перевод того же Апельта — в приложении к его статье «Die Widersacher der Mathematik im Altertum» (O. A p e l t. Beiträge zur Geschichte der griechischen Philosophie. Leipzig, 1891, S. 271—286).

¹⁷¹ A p e l t. Op cit., p. 269—270. В самое последнее время в том же смысле высказался М. Шрамм, предложивший ряд существенных поправок и конъектур к изданному тексту (M. S c h r a m m. Zur Schrift über die unteilbaren Linien aus dem Corpus Aristotelicum. — «Classica et mediaevalia», vol. 18, 1957, fasc. 1—2, p. 36—58).

среднее качество рассматривается также как противоположность крайнего). Здесь, и только здесь Аристотель признавал необходимость мгновенных скачков. «Если качественно-изменяющееся делимо до бесконечности, — говорил он, — это не значит, что делимо и самое качественное изменение, которое часто происходит сразу, например замерзание»¹⁷². Если при перемещении сначала проходят половину пути, а затем весь путь, то при качественном изменении это не так. «Ведь возможно качественное изменение, происходящее сразу, а не сначала наполовину, например вся вода замерзает вместе (*ἅμα*)»¹⁷³.

Другой пример: капля точит камень. «Если капля отбила или удалила столько-то, это не значит, что перед этим в половинное время она удалила половину... Такое-то количество капель приводит в движение столько-то, часть же их не приведет столько-то ни в какое время. Отделившийся кусочек, правда, делим на много частей, но ни одна из них не была приведена в движение в отдельности, а все вместе. Ясно, таким образом, что нет необходимости все время (*ἀεὶ*) отделяться какой-нибудь частичке, потому что убыль [мысленно] делима до бесконечности, но целый кусочек отделится сразу в известный момент»¹⁷⁴.

Приведенные примеры с очевидностью подтверждают, в какой значительной мере аристотелевские размышления о непрерывном и дискретном были «физикализированы». Аристотель анализировал не отвлеченные, чисто математические проблемы континуума и неделимых, а отдельно ставил вопрос о непрерывности различных видов движения.

Анализ непрерывности движения и не мог ставиться у Аристотеля в чисто математическом плане. Мы помним, что, по Аристотелю, геометр отвлекается от движения; столь же чужды понятию движения и другие отрасли математики. Понятие переменной математической величины было принципиально невозможно в математике Аристо-

¹⁷² Физика, VIII, 3, 253b.

¹⁷³ Об ощущении и ощущаемом, 6, 447a. Здесь же он оговаривает, что при большом количестве вещества подобное качественное изменение может происходить и не сразу: в этом случае одна часть аффицируется другой, смежной частью, и такая «цепная реакция» происходит постепенно.

¹⁷⁴ Физика, VIII, 3, 253b.

теля. *Mathematici abstrahunt a motu*, скажут позднейшие аристотелики.

«По-видимому, количественное не способно иметь степени сравнения», — писал Аристотель¹⁷⁵. Если предмет имеет в длину два локтя, он не может иметь их в большей или меньшей мере, как нельзя говорить, что некое число в большей или меньшей мере есть два, пять и т. д. Ни пространственные характеристики (длина, ширина, объем), ни число, ни время не имеют степеней сравнения: они не могут быть в большей или меньшей мере присущи тому или иному предмету. «По отнятию от числа или присоединению к нему какой-нибудь из его составных частей получается уже не то же самое число, а другое, хотя бы даже была отнята или присоединена самая малая часть»¹⁷⁶. Тройка — новое число, а не двойка, превратившаяся в тройку.

Ни категория сущности (*οὐσία*), ни категория количества не допускают степеней сравнения. «Один человек не является в большей мере человеком, чем другой, тогда как одно белое является более белым или менее белым, чем другое, или одно прекрасное более прекрасным или менее прекрасным, чем другое. И [в случае качеств] одно и то же называется большим или меньшим самого себя, как, например, тело, будучи белым, называется более белым теперь, чем раньше, и будучи теплым, более теплым или менее теплым. Сущность же никак не называется большей или меньшей; ведь человек не называется в большей мере человеком теперь, чем раньше»¹⁷⁷.

Из только что сказанного явствует, что к понятию переменной величины Аристотель мог приблизиться лишь за пределами собственно математики — в учении об изменении интенсивности качеств. Это учение в позднем средневековье развилось в учение о так называемой интенсификации и ремиссии форм (*intensio et remissio formarum*), а это последнее подготовило почву для математического учения о переменных величинах¹⁷⁸.

¹⁷⁵ Категории, 6, 6а

¹⁷⁶ Метафизика, VIII, 3, 1043b.

¹⁷⁷ Категории, 5, 4а. Ср.: Метафизика, VIII, 3, 1043b — 1044а.

¹⁷⁸ См.: В. П. Зубов. Трактат Николая Орема «О конфигурации качеств». — «Историко-математические исследования», вып. XI. М., 1958, стр. 601—635. Философская (онтологическая) сторона проблемы на обширном материале исследована в книге Майер

Итак, «физика» Аристотеля осталась в основном качественной. Но нужно уточнить эту формулировку. «Качество» у Аристотеля не было «окультурным качеством» поздних схоластов, средством, к которому прибегала ленивая мысль для того, чтобы «объяснить» явление, в сущности ничего не объясняя. Механизм древних атомистов, как и позднее механицизм XVII столетия, объявлял качество субъективным «эпифеноменом», которому нет места в объективной картине мира. Аристотель оставлял качества неприкосновенными как объективную характеристику самих вещей. Он констатировал их наличие, но не превращал их в средство причинного объяснения, или псевдообъяснения.

Феноменологический подход к качествам особенно ясно проступает в учении Аристотеля о том, что он называл «миксис». Дословно «миксис» (лат. *mixtio*) — смесь, но для механической смеси у Аристотеля было другое слово (*συνθεσις*). «Миксис» (определенное химическое соединение, сплав, раствор) есть нечто качественно-простое, нечто новое по сравнению с образующими его элементами. Подобно тому, как слово и слог есть нечто большее, качественно отличное от отдельных звуков (букв), представляет в известном смысле новое неделимое целое, так сложное тело («миксис») в своем качественном своеобразии есть нечто новое по сравнению с его составными элементами или с простой суммой этих элементов. Если отнять первую букву от слова *μῦς* (мышь) получится слово, имеющее в греческом другое значение: *ῥς* (свинья)¹⁷⁹. «Следовательно, — писал Аристотель, — слог есть нечто, не одни только звуки, гласный и согласный, но и нечто другое; и мясо есть не только огонь и земля, или теплое и холодное, но и нечто другое»¹⁸⁰.

Правда, что элементы соединения («миксис») должны в какой-то форме «сохраняться» в нем: так же, как слово *σῶμα*, нельзя разложить на иные буквы или звуки, кроме

(A. M a i e r. Zwei Grundprobleme der scholastischen Naturphilosophie. Das Problem der intensiven Grösse. Die Impetustheorie, 2. Aufl. Rom, 1951).

¹⁷⁹ Об истолковании, 4, 16b. В русском языке можно было бы привести в качестве примера *скот* и *кот*; *крот* и *рот*.

¹⁸⁰ Метафизика, VII, 17, 1041b.